

Дано:

$$M = 60 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$q = 20 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

$$a = 0.2 \text{ м}$$

$$F_2 = 20 \text{ кН}$$

$$\alpha_2 = 60^\circ$$

$$F_4 = 40 \text{ кН}$$

$$\alpha_4 = 30^\circ$$

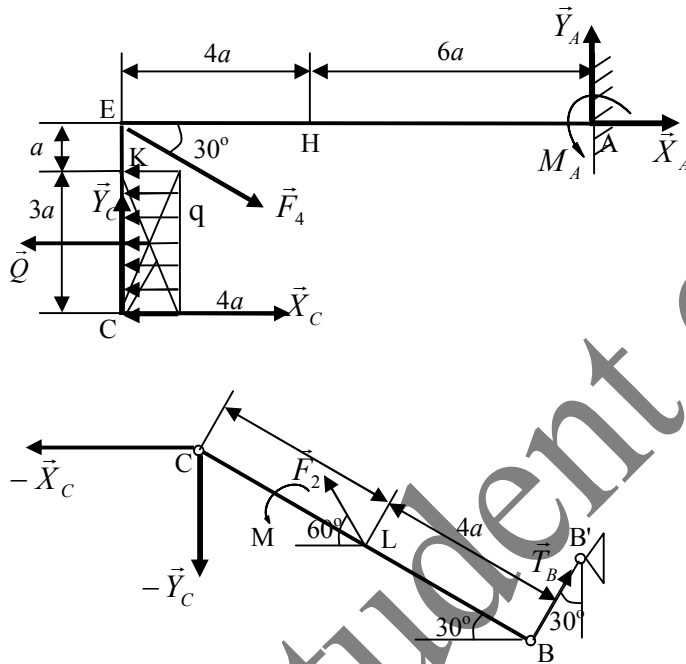
Найти:

$$\vec{X}_A, \vec{Y}_A, M_A$$

$$\vec{X}_C, \vec{Y}_C$$

$$\vec{T}_B$$

Решение



Рассмотрим отдельно равновесие двух частей: стержня BC и угольника AEC. На стержень действуют силы реакций: $-\vec{X}_C$ и $-\vec{Y}_C$ - реакция шарнира C, \vec{T}_B - натяжение (сжатие) стержня BB', пара сил с моментом M и внешняя сила \vec{F}_2 .

Запишем систему уравнений, выражающих равновесие стержня:

$$\sum F_{ix} = 0: T_B \sin 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ - X_C = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0: T_B \cos 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ - Y_C = 0$$

$$\sum m_C(\vec{F}_i) = 0: M + F_2 \sin 30^\circ 4a + T_B 8a = 0$$

Уравнение моментов в данной системе (3е уравнение) записано относительно точки C, т.к. через эту точку проходят линии действия двух неизвестных сил, что существенно упрощает систему уравнений.

Рассмотрим теперь равновесие угольника. На него действуют внешняя сила: \vec{F}_4 , а также силы реакций: $\vec{X}_A, \vec{Y}_A, \vec{X}_C, \vec{Y}_C$ и пара сил реакции с моментом M_A , т.к. в точке A жесткая заделка. Кроме того, на угольник действует распределенная нагрузка q, которую заменим ее равнодействующей Q, равной $Q = 3aq = 12 \text{ кН}$, и приложенной в середине отрезка СК.

Для угольника соответствующая система уравнений имеет вид:

$$\sum F_{ix} = 0: X_A + F_4 \cos 30^\circ - Q + X_C = 0$$

$$\sum F_{iy} = 0: Y_A - F_4 \sin 30^\circ + Y_C = 0$$

$$\sum m_A(\vec{F}_i) = 0: M_A + F_4 \sin 30^\circ 10a - Q \cdot 2.5a - Y_C \cdot 10a + X_C \cdot 4a = 0$$

Решаем совместно две полученные системы.

Так из третьего уравнения находим T_B :

$$T_B = -\frac{M + F_2 \sin 30^\circ 4a}{8a} = -\frac{60 + 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0.8}{1.6} = -42.5 \text{ кН}$$

Используя найденное значение, находим из 1-го и 2-го уравнений X_C и Y_C :

$$X_C = T_B \sin 30^\circ - F_2 \cos 60^\circ = -42.5 \cdot 0.5 - 20 \cdot \frac{1}{2} = -31.25 \text{ кН}$$

$$Y_C = T_B \cos 30^\circ + F_2 \sin 60^\circ = -42.5 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -19.486 \text{ кН}$$

Далее, используя вторые три уравнения, находим X_A, Y_A, M_A :

$$X_A = -F_4 \cos 30^\circ + Q - X_C = -40 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 12 + 31.256 = 8.615 \text{ кН}$$

$$Y_A = F_4 \sin 30^\circ - Y_C = 40 \cdot 0.5 + 19.486 = 39.486 \text{ кН}$$

$$M_A = -F_4 \sin 30^\circ 10a + Q \cdot 2.5a + Y_C \cdot 10a - X_C \cdot 4a = -40 \cdot 0.5 \cdot 2 + 12 \cdot 0.5 - 19.486 \cdot 2 + 31.25 \cdot 0.8 = -28.486 \text{ кНм}$$

Ответ: $X_A = 8.615 \text{ кН}$, $Y_A = 39.486 \text{ кН}$, $M_A = -28.486 \text{ кНм}$

$$X_C = -31.25 \text{ кН}, \quad Y_C = -19.486 \text{ кН}$$

$$T_B = -42.5 \text{ кН}$$

Знак "-" в ответе означает, что направление соответствующей силы противоположно указанному на рисунке.

Дано:

$$l_1 = 0.4 \text{ м}$$

$$l_2 = 1.2 \text{ м}$$

$$l_3 = 1.4 \text{ м}$$

$$l_4 = 0.6 \text{ м}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$\beta = 120^\circ$$

$$\gamma = 150^\circ$$

$$\varphi = 0^\circ$$

$$\theta = 60^\circ$$

$$\omega_4 = 8 \text{ с}^{-1}$$

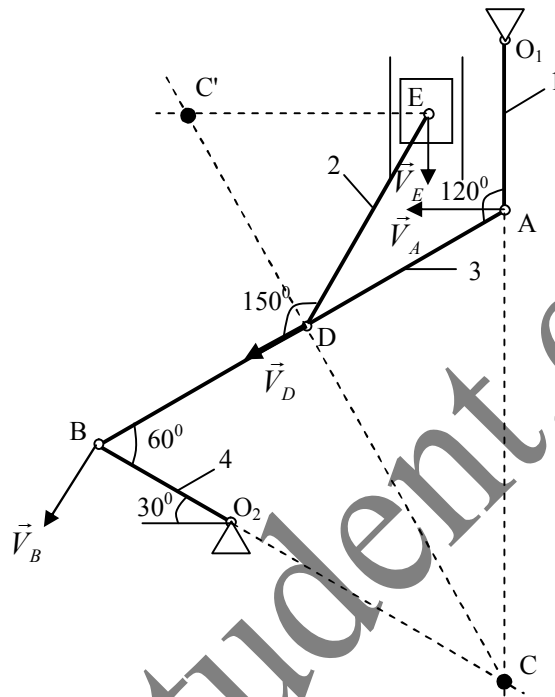
Решение

Найти:

$$V_A, V_E$$

$$\omega_{DE}$$

$$a_A, \varepsilon_{AB}$$



Найдем линейную скорость точки В. Эта скорость направлена перпендикулярно стержню 4, т.к. последний вращается вокруг центра O_2 . Т.к. угловая скорость вращения стержня 4 известна, то $V_B = \omega_4 l_4 = 8 \cdot 0.6 = 4.8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

$$V_B = \omega_4 l_4 = 8 \cdot 0.6 = 4.8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Найдем скорость точки А. Эта скорость перпендикулярна стержню 1, т.к. последний вращается вокруг центра O_1 . Модуль скорости \vec{V}_A найдем из условия равенства проекций скоростей \vec{V}_A и \vec{V}_B на направление стержня АВ:

$$V_A \cos 30^\circ = V_B \cos 30^\circ \Rightarrow$$

$$V_A = V_B = 4.8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Движение стержня АВ можно рассматривать как вращение вокруг мгновенного центра С, который находится на пересечении перпендикуляров к скоростям \vec{V}_B и \vec{V}_A . Треугольник АВС равносторонний. Тогда угловая скорость ω_{AB} равна:

$$\omega_{AB} = \frac{V_B}{l_3} = \frac{4.8}{1.4} = 3.429 \text{ с}^{-1}$$

Теперь можем найти скорость точки D:

$$V_D = \omega_{AB} l_3 \sin 60^\circ = 3.429 \cdot 1.4 \frac{\sqrt{3}}{2} = 2.4\sqrt{3} = 4.157 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Скорость точки Е находим из условия равенства проекций скоростей \vec{V}_D и \vec{V}_E на направление стержня 2:

$$V_D \cos 30^\circ = V_E \cos 30^\circ \Rightarrow$$

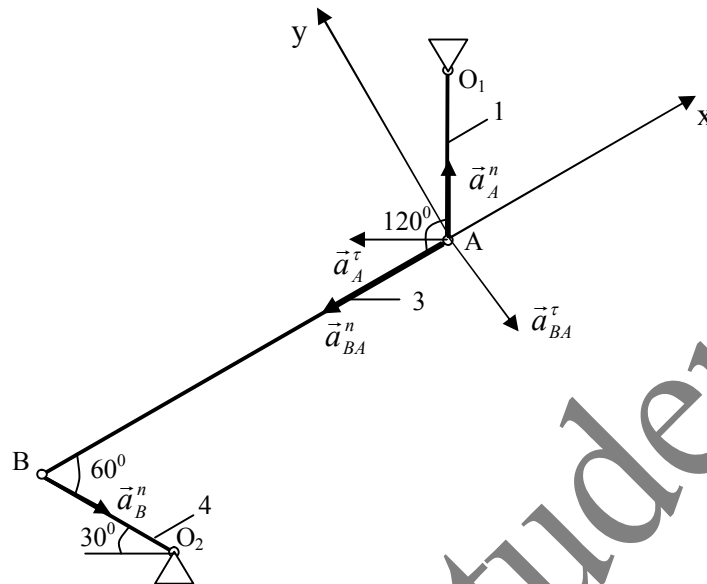
$$V_E = V_D = 4.157 \frac{\text{м}}{\text{с}}$$

Заказ работ по тел. (029) 7112350 МТС и (044) 7112350 Velcom

Проводим перпендикуляры к скоростям \vec{V}_D и \vec{V}_E . На их пересечении находится мгновенный центр S' вращения стержня 2. Треугольник DEC' - равносторонний. Находим угловую скорость вращения стержня 2:

$$\omega_{DE} = \frac{V_D}{l_2} = \frac{4.157}{1.2} = 3.464 \text{ c}^{-1}$$

Для нахождения ускорений сделаем чертеж нужной нам части механизма.



Воспользуемся равенством:

$$\vec{a}_A^n + \vec{a}_A^\tau = \vec{a}_B^n + \vec{a}_{BA}^\tau + \vec{a}_{BA}^n$$

Спроектируем полученное равенство на две взаимно перпендикулярные оси X и Y:

$$\begin{cases} a_A^n \sin 30^\circ - a_A^\tau \cos 30^\circ = a_B^n \cos 60^\circ - a_{AB}^\tau \\ a_A^n \cos 30^\circ + a_A^\tau \sin 30^\circ = -a_B^n \sin 60^\circ - a_{AB}^\tau \end{cases}$$

Учтем теперь следующие соотношения:

$$a_A^n = \frac{V_A^2}{l_1} = \frac{4.8^2}{0.4} = 57.6 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$$

$$a_B^n = \omega_4^2 l_4 = 8^2 \cdot 0.6 = 38.4 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$$

$$a_{BA}^n = \omega_{AB}^2 l_3 = 3.429^2 \cdot 1.4 = 16.461 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$$

$$a_{BA}^\tau = \varepsilon_{AB} l_3 = 1.4 \varepsilon_{AB}$$

Подставляя эти значения в систему, получим:

$$\begin{cases} 28.8 - \frac{\sqrt{3}}{2} a_A^\tau = 19.2 - 16.461 \\ 49.883 + 0.5 a_A^\tau = -33.255 - a_{AB}^\tau \end{cases} \Rightarrow$$

$$a_A^\tau = 2 \frac{28.8 - 19.2 + 16.461}{\sqrt{3}} = 30.093 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$$

$$a_{AB}^\tau = -49.883 - 0.5 a_A^\tau - 33.255 = -98.185 \frac{\text{M}}{\text{c}^2}$$

Тогда $\varepsilon_{AB} = \frac{-98.185}{1.4} = -70.132 \text{ c}^{-2}$

Заказ работ по тел. (029) 7112350 МТС и (044) 7112350 Velcom

Знак "-" означает, что нужно изменить направление соответствующего ускорения на рисунке.

$$\text{Тогда } a_A = \sqrt{(a_A^n)^2 + (a_A^\tau)^2} = \sqrt{57.6^2 + 30.093^2} = 64.987 \frac{M}{c^2}$$

$$\text{Ответ: } V_A = 4.8 \frac{M}{c}, V_E = 4.157 \frac{M}{c}, \omega_{DE} = 3.464 c^{-1}, \varepsilon_{AB} = -70.132 c^{-2}, a_A = 64.987 \frac{M}{c^2}$$

www.minskstudent.com