# Решение задач из теста по физике за 2009 г.

## Вариант 1

## Часть В

**Задача В1.** С вышки, высота которой $h = 34\ м$, в горизонтальном направлении бросили камень. Если модуль начальной скорости камня $v_0 = 15\ \frac{м}{с}$, то в момент падения на горизонтальную поверхность Земли модуль его скорости $v$ равен … $\frac{м}{с}$.

**Решение.**
Для решения данной задачи применим закон сохранения механической энергии, согласно которому сумма потенциальной и кинетической энергий системы остается постоянной в процессе ее движения, если на систему не действуют диссипативные силы.
Полная энергия камня в момент броска:

$E_1 = mgh + \frac{mv_0^2}{2}$ - сумма потенциальной энергии $(mgh)$ и кинетической энергии $\left(\frac{mv_0^2}{2}\right)$.

В момент падения потенциальная энергия камня равна нулю, т.к. высота равна нулю, поэтому полная энергия камня в момент падения:

$$E_2 = \frac{mv^2}{2}$$

На основании закона сохранения энергии:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow$$

$$mgh + \frac{mv_0^2}{2} = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow$$

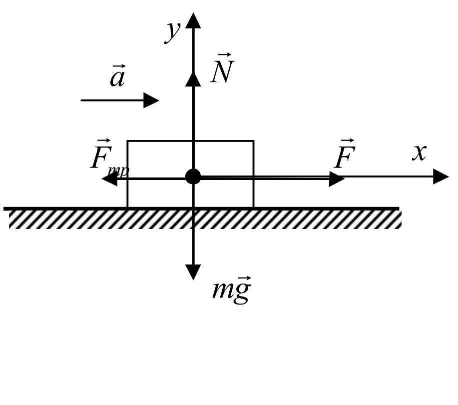
$$v = \sqrt{2gh + v_0^2}$$

Подставляем численные значения:

$v = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 34 + 15^2} = 30\ \frac{м}{с}$ (в части В округления проводится до целого числа)

**Ответ:** 30

**Задача В2.** Брусок массой $m = 2.0\ кг$ движется без начальной скорости по горизонтальной поверхности под действием силы, модуль которой $F = 10\ Н$, направленной параллельно этой плоскости. Коэффициент трения между бруском и поверхностью $\mu = 0.20$. Если модуль скорости тела $v = 30\ \frac{м}{с}$, то от начала движения прошел промежуток времени $\Delta t$, равный … с.




**Решение.**
Обозначим на чертеже все силы, действующие на тело. Это сила тяжести $m\vec{g}$, реакция опоры $\vec{N}$, сила трения $\vec{F}_{тр}$ и сила $\vec{F}$. Запишем для тела уравнение второго закона Ньютона:

$$m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{тр} = m\vec{a}$$

Проектируем данное уравнение на взаимно перпендикулярные оси координат:
$OX : F - F_{тр} = ma$

$OY : N - mg = 0$

Кроемее того, запишем выражения закона трения:
$F_{тр} = \mu N$

Получили систему из  трех уравнений:

$$\begin{cases} N - mg = 0 \\ F_{тр} = \mu N \\ F - F_{тр} = ma \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N = mg \\ F_{тр} = \mu mg \\ F - \mu mg = ma \end{cases} \Rightarrow$$

$$a = \frac{F}{m} - \mu g$$

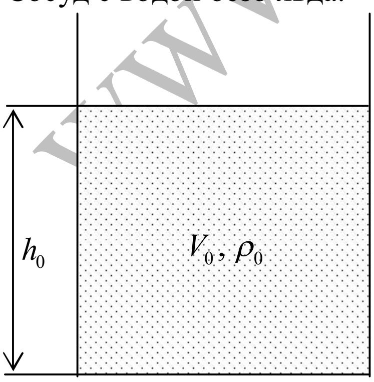
Итак, мы нашли ускорение движения. Запишем закон изменения скорости при равноускоренном движении:
$v = v_0 + at$ , где $v_0$ - начальная скорость движения, которая в нашем случае равна нулю.
Таким образом:
$v = a\Delta t \Rightarrow$

$$\Delta t = \frac{v}{a} = \frac{v}{\frac{F}{m} - \mu g} = \frac{30}{\frac{10}{2} - 0.2 \cdot 10} = 10\ c$$

**Ответ:** $\Delta t = 10\ c$

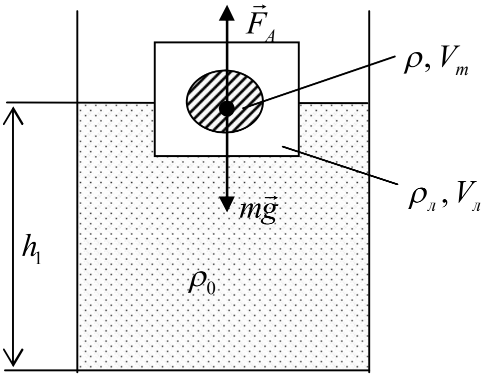
**Задача В3.** В вертикальном цилиндрическом сосуде с водой $\left(\rho_0 = 1.0\ \frac{г}{см^3}\right)$ плавал кусок льда с вмерзшим в него телом, плотность которого $\rho = 8.0\ \frac{г}{см^3}$. После таяния льда уровень воды в сосуде понизился на $\Delta h = 3.5\ мм$. Если площадь дан сосуд $S = 100\ см^2$, то масса $m$ тела равна … г.

**Решение.**
Рассмотрим поэтапно сосуд с водой (все обозначения показаны на рисунках.
1. Сосуд с водой безо льда.




$V_0 = h_0 S$

2. Сосуд с водой и погруженным в нее льдом




Масса куска льда с вмерзшим в него телом:

$m = \rho V_т + \rho_л V_л$

Кусок льда находится в равновесии под действием силы тяжести и силы Архимеда:

$F_A - mg = 0$

Учтем выражение для силы Архимеда:

$F_A = \rho_0 g V_1$, где $V_1$ - объем погруженной в воду части льда

Тогда

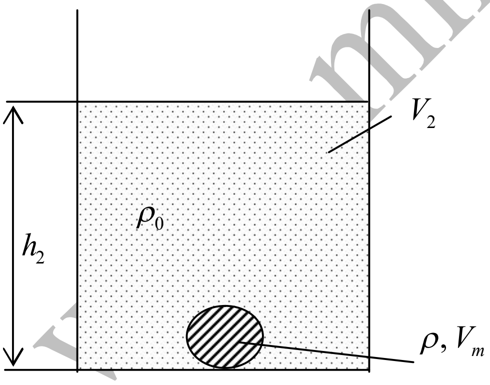
$$\rho_0 g V_1 = \left(\rho V_т + \rho_л V_л\right) g \Rightarrow$$

$$V_1 = \frac{\rho V_т + \rho_л V_л}{\rho_0}$$

Из-за того, что часть куска погрузилась под воду, уровень воды, т.к. ее объем в сосуде фактически увеличился на величину $V_1$. Новый уровень воды:

$$h_1 = \frac{V_0 + V_1}{S} = \frac{h_0 S + \dfrac{\rho V_т + \rho_л V_л}{\rho_0}}{S} = h_0 + \frac{\rho V_т + \rho_л V_л}{\rho_0 S}$$

3. Лед растаял и тело опустилась на дно, т.к. $\rho > \rho_0$




После того, как лед растаял, к первоначальному объему воды в сосуде нужно добавить объем тела $V_т$, а также объем воды, образованной растаявшим льдом. Масса льда была равна $m_л = \rho_л V_л$. Такую же массу имеет образовавшаяся в результате таяния вода. Объем этой воды равен:

$$\frac{m_л}{\rho_0} = \frac{\rho_л V_л}{\rho_0}$$

Тогда суммарный объем воды и тела в стакане после таяния льда равен:

$$V_2 = V_0 + V_m + \frac{\rho_л V_л}{\rho_0}$$

Высота воды:

$$h_2 = \frac{V_2}{S} = \frac{V_0}{S} + \frac{V_m}{S} + \frac{\rho_л V_л}{S\rho_0} = h_0 + \frac{V_m}{S} + \frac{\rho_л V_л}{S\rho_0}$$

Разность высот:

$$\Delta h = h_1 - h_2 = h_0 + \frac{\rho V_m + \rho_л V_л}{\rho_0 S} - h_0 - \frac{V_m}{S} - \frac{\rho_л V_л}{S\rho_0} = \frac{\rho V_m}{\rho_0 S} - \frac{V_m}{S} = \frac{\rho V_m}{\rho_0 S} - \frac{\rho_0 V_m}{\rho_0 S} = \frac{V_m\left(\rho - \rho_0\right)}{\rho_0 S}$$

Объем тела:

$$V_m = \frac{m}{\rho}$$

Тогда

$$\Delta h = \frac{m\left(\rho - \rho_0\right)}{\rho\rho_0 S} \Rightarrow$$

$$m = \frac{\Delta h \rho\rho_0 S}{\rho - \rho_0}$$

Подставляем численные значения:

$$m = \frac{0.35\ см \cdot 8.0\ \frac{г}{см^3} \cdot 1.0\ \frac{г}{см^3} \cdot 100\ см^2}{\left(8.0 - 1.0\right)\frac{г}{см^3}} = \frac{0.35 \cdot 8.0 \cdot 1.0 \cdot 100}{7}\left(г\right) = 40\left(г\right)$$

**Ответ:** $m = 40\left(г\right)$

**Задача В4.** На гладкой горизонтальной поверхности стола покоятся две гладкие незакрепленные горки, массы которых $m_1 = 80\ г$ и $m_2 = 100\ г$ (см. рис.) На вершине горки массой $m_1$, высота которой $h_1 = 12\ см$, лежит монета массой $m_0 = 20\ г$. От незначительно толчка монета соскальзывает с первой горки в направлении второй. Если монета движется не отрываясь от поверхностей обеих горок и от стола, то максимальная высота $H$ ее подъема на вторую корку равна … мм.

**Решение.**

Решение задачи проводится на основании законов сохранения импульса и энергии. Для записи этих законов рассмотрим последовательно то, что происходит с системой, состоящей из двух горок и монеты.

На первом этапе монета соскальзывает с горки 1 на горизонтальную плоскость. При этом монета приобретает скорость $\vec{V}_0$, а горка 1 противоположно направленную скорость $\vec{V}_1$.

Запишем закон сохранения импульса в проекциях на горизонтальную ось для системы горка 1 – шайба:

$m_0 V_0 - m_1 V_1 = 0$ (суммарный импульс системы в проекциях на горизонтальную ось равен нулю, т.к. в начальный момент система покоилась).

Закон сохранения энергии имеет вид:

$$m_0 g h_1 = \frac{m_0 V_0^2}{2} + \frac{m_1 V_1^2}{2}$$

Из закона сохранения импульса выражаем скорость горки:

$$V_1 = \frac{m_0}{m_1} V_0$$

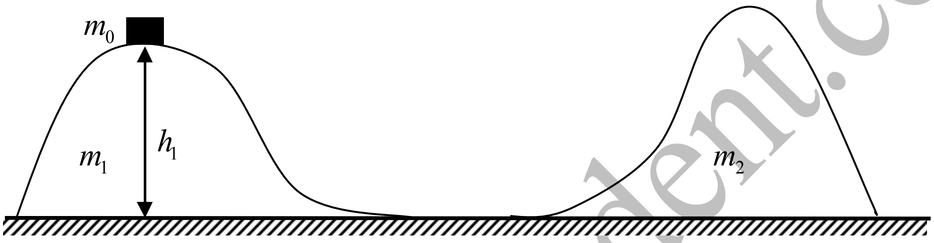
Подставив это выражение в закон сохранения энергии, выразим скорость $V_0$:

$$m_0 g h_1 = \frac{m_0 V_0^2}{2} + \frac{m_1}{2}\left(\frac{m_0}{m_1} V_0\right)^2 \Rightarrow$$

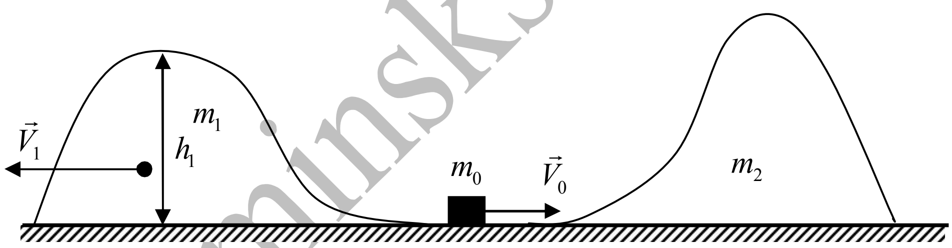
$$g h_1 = \frac{V_0^2}{2} + \frac{m_0 V_0^2}{2 m_1} \Rightarrow$$

$$V_0 = \sqrt{\frac{2 g h_1}{1 + \frac{m_0}{m_1}}}$$

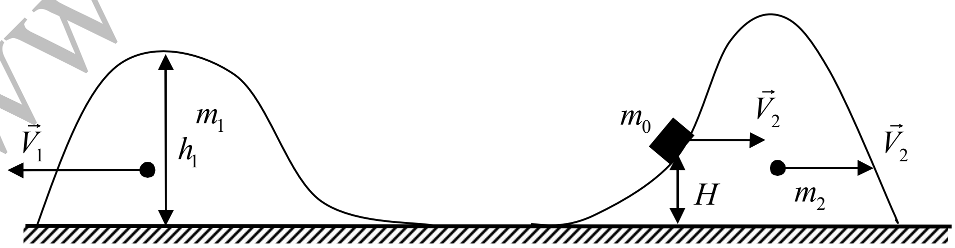
1 начальное состояние системы.




2 система после спуска монеты с первой горки.




3 система после подъема монеты на максимальную высоту на второй горке.




На следующем этапе монетка, движущуюся со скоростью $\vec{V}_0$, поднимается заезжает на горку 2 и поднимается на высоту $H$. Очень важным моментом здесь является то, что монетка не останавливается! при достижении высоты $H$, т.к. горка 2 приобретает горизонтально направленную скорость $\vec{V}_2$, а так как монетка движется без отрыва, то на высоте $H$ у монетки остается горизонтально направленная скорость, равная $\vec{V}_2$.

Записываем законы сохранения энергии и импульса:

$$m_0V_0=(m_0+m_2)V_2 \Rightarrow V_2=\frac{m_0V_0}{m_0+m_2}$$ - закон сохранения импульса

$$\frac{m_0V_0^2}{2}=m_0gH+\frac{(m_0+m_2)V_2^2}{2}$$ - закон сохранения энергии

Используя выражения для $V_0$ и $V_2$, получаем:

$$\frac{m_0}{2}\frac{2gh_1}{1+\frac{m_0}{m_1}}=m_0gH+\frac{(m_0+m_2)}{2}\left(\frac{m_0V_0}{m_0+m_2}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\frac{m_0}{2}\frac{2gh_1}{1+\frac{m_0}{m_1}}=m_0gH+\frac{m_0^2}{2(m_0+m_2)}\frac{2gh_1}{1+\frac{m_0}{m_1}} \Rightarrow$$

$$H=\frac{h_1}{1+\frac{m_0}{m_1}}-\frac{m_0}{(m_0+m_2)}\frac{h_1}{1+\frac{m_0}{m_1}}=\frac{h_1}{1+\frac{m_0}{m_1}}\frac{m_2}{m_0+m_2}$$

Подставляем численные значения:

$$H=\frac{12}{1+\frac{20}{80}}\frac{100}{20+100}=8\ см=80\ мм$$

**Ответ:** 80

**Задача В5.** Вертикальный цилиндрический сосуд с гелием $\left(M=4.00\ \frac{г}{моль}\right)$, закрытый легкоподвижным поршнем массой $m_1=6.00\ кг$, находится в воздухе, давление которого $p_0=100\ кПа$. Масса гелия $m_2=8.00\ г$, площадь поперечного сечения поршня $S=30.0\ см^2$. Если газ нагрели на $\Delta T=6.00\ K$, то занимаемый им объем увеличился на $\Delta V$, равное … $см^3$.

**Решение.**

Газ в сосуде находится под давление поршня и воздуха:

$$p=p_0+\frac{m_1g}{S}$$

Данное давление зависит лишь от атмосферного давления, массы поршня и площади сосуда, а значит остается постоянным при нагревании газа, т.е. процесс является изобарным.

Запишем для гелия уравнение Менделеева-Клапейрона для двух случаев: до увеличения температуры и после:

$$pV_1=\frac{m_2}{M}RT_1$$

$$pV_2=\frac{m_2}{M}RT_2$$

Из второго уравнения вычитаем первое:

$$p\left(V_2 - V_1\right) = \frac{m_2}{M} R\left(T_2 - T_1\right) \Rightarrow$$

$$p\Delta V = \frac{m_2}{M} R\Delta T \Rightarrow$$

$$\Delta V = \frac{m_2 R\Delta T}{Mp} = \frac{m_2 R\Delta T}{M\left(p_0 + \frac{m_1 g}{S}\right)}$$

Подставляем численные значения:

$$\Delta V = \frac{0.008\cdot 8.3\cdot 6}{0.004\left(100\cdot 10^3 + \frac{6\cdot 10}{30\cdot 10^{-4}}\right)} = 8.3\cdot 10^{-4}\ м^3 = 830\ см^3$$

При расчетах нужно быть очень внимательным. Так универсальную газовую постоянную нужно взять равной $R = 8.3\,\frac{Дж}{моль\cdot K}$, т.к. в предисловии к тесту сказано использовать именно такое значение, а не 8.31, как все привыкли.

**Ответ:** 830

**Задача В6.** Идеальный одноатомный газ, количество вещества которого постоянное, переводят из состояния с параметрами $p_1 = 30.0\ кПа$ и $V_1 = 4.00\ л$ в состояние с параметрами $p_2 = 10.\ кПа$ и $V_2 = 12.0\ л$ так, что зависимость давления газа от его объема является линейной $\left(p = aV + b\right)$. Максимальное значение внутренней энергии $U_{\max}$ газа в этом процессе равно … Дж.

**Решение.**

Найдем параметры $a$ и $b$ уравнения зависимости давления от объема. Для этого запишем данное уравнение для двух состояний:

$30 = 4a + b$ - состояние 1

$10 = 12a + b$ - состояние 2.

Вычитаем из второго уравнения первое:

$8a = -20 \Rightarrow$

$$a = -\frac{20}{8} = -2.5$$

Тогда

$b = 30 - 4a = 30 + 4\cdot 2.5 = 40$

Значит зависимость давления от объема имеет вид:

$p = -2.5V + 40$ (здесь объем нужно подставить в литрах – давление получим в кПа)

Внутренняя энергия идеального одноатомного газа определяется по формуле:

$U = \frac{3}{2}\nu RT$, где $T$ - температура газа.

В любом состоянии температура газа связана с давлением и объемом уравнением Менделеева-Клапейрона:

$pV = \nu RT$, поэтому

$$U = \frac{3}{2}pV = \frac{3}{2}\left(40 - 2.5V\right)V$$

В данном выражении, если объем подставить в литрах, то мы получаем следующую размерность:

$[U] = кПа \cdot л = Па \cdot м^3 = Дж$

Таким образом, если объем в формулу подставляется в литрах, то энергия получается в джоулях.

Далее задача сводится к исследованию выражения

$U = \frac{3}{2} pV = \frac{3}{2}\left(40V - 2.5V^2\right)$ на максимум.

Выражение в скобках представляет собой квадратный трехчлен относительно $V$, причем т.к. коэффициент при $V^2$ отрицателен, то данный трехчлен достигается минимума в точке:

$$V = \frac{-40}{2 \cdot (-2.5)} = 8 \ л$$

Значение энергии при данном значении объема:

$$U_{\min} = \frac{3}{2}\left(40 \cdot 8 - 2.5 \cdot 8^2\right) = 240 \ Дж$$

**Ответ:** 240.

**Задача В7.** Два одноименно заряженных небольших металлических шарика, размеры которых одинаковые, находятся в вакууме на некотором расстоянии друг от друга. Заряд одного из них в три раза больше заряда другого, а модуль силы электростатического взаимодействия между ними $F_1 = 48 \ мкН$. Шарики привели в соприкосновение и раздвинули на прежнее расстояние. В конечном состоянии модуль силы $F_2$ электростатического взаимодействия между шариками равен … мкН.

**Решение.**

Пусть $q_2$ - заряд второго шарика, тогда заряд первого $q_1 = 3q_2$. Сила взаимодействия между шариками определяется по закону Кулона:

$$F_1 = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{3kq_2^2}{r^2}$$

После того, как шарики привели в соприкосновение и развели, суммарный заряд на шариках должен остаться без изменения в силу закона о сохранения заряда, т.е. если заряды шариков после разведения равны соответственно $Q_1$ и $Q_2$, то

$$Q_1 + Q_2 = q_1 + q_2 = 4q_2$$

Кроме того, т.к. шарики одинаковых размеров, то $Q_1 = Q_2$, поэтому после разведения на заряды на шариках одинаковы и равны:

$$Q_1 = Q_2 = Q = \frac{4q_2}{2} = 2q_2$$

Сила взаимодействия между шариками:

$$F_2 = \frac{kQ_1Q_2}{r^2} = \frac{4kq_2^2}{r^2}$$

Разделим выражение для $F_2$ на выражение для $F_1$:

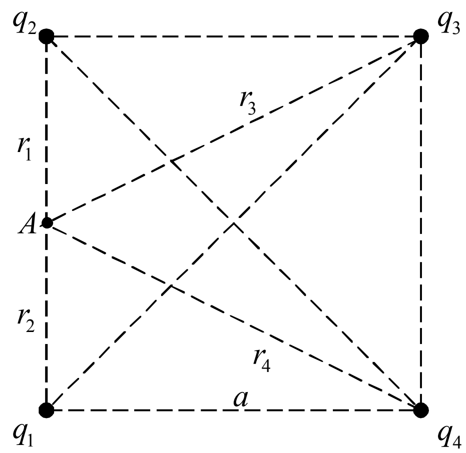
$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{4}{3} \Rightarrow$$

$$F_2 = \frac{4}{3}F_1 = \frac{4}{3} \cdot 48 = 64 \ мкН$$

**Ответ:** 64

**Задача В8.** Четыре точечных заряда $q_1 = 1.0\ нКл$, $q_2 = 2.0\ нКл$, $q_3 = 5.6\ нКл$ и $q_4 = 5.6\ нКл$ находятся в вакууме в вершинах квадрата, длина стороны которого $a = 3.0\ м$ (см. рис.). Потенциал $\varphi_1$ электростатического поля, созданного этими зарядами в точке А, расположенной на середине стороны квадрата, равен … В.

**Решение.**




Потенциал в точке А найдем с помощью принципа суперпозиции потенциалов:

$$\varphi_A = \frac{kq_1}{r_1} + \frac{kq_2}{r_2} + \frac{kq_3}{r_3} + \frac{kq_4}{r_4}$$

Все величины в формуле отмечены на рисунке. Рассчитаем соответствующие расстояния:

$$r_1 = r_2 = \frac{a}{2}$$

Расстояния $r_3$ и $r_4$ по теореме Пифагора равны:

$$r_3 = r_4 = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = a\frac{\sqrt{5}}{2}$$

Тогда

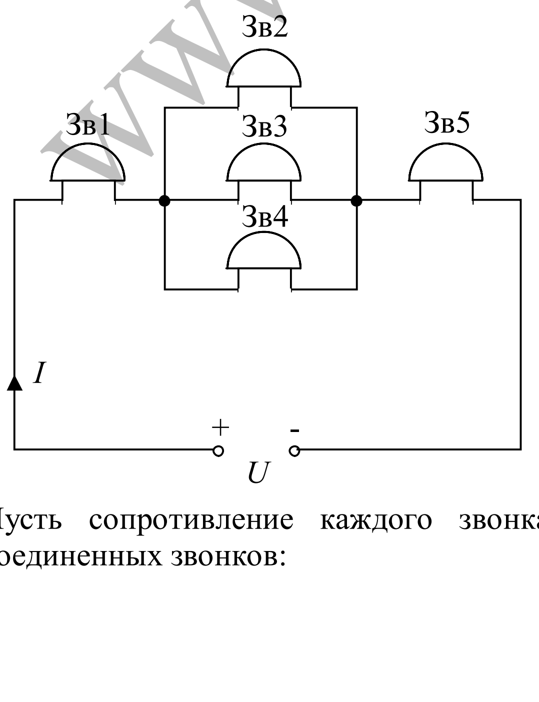
$$\varphi_A = \frac{2kq_1}{a} + \frac{2kq_2}{a} + \frac{2kq_3}{a\sqrt{5}} + \frac{2kq_4}{a\sqrt{5}} = \frac{2k}{a}\left(q_1 + q_2 + \frac{q_3}{\sqrt{5}} + \frac{q_4}{\sqrt{5}}\right) =$$

$$= \frac{2 \cdot 9 \cdot 10^9}{3}\left(1 + 2 + \frac{5.6}{\sqrt{5}} + \frac{5.6}{\sqrt{5}}\right) \cdot 10^{-9} = 48\ B$$

**Ответ:** 48/

**Задача В9.** В электрической цепи, схема которой изображена на рисунке, сопротивления всех электрических звонков (Зв1 – Зв5) одинаковые. Если каждый звонок звенит при напряжении $U_m > 36\ B$ то максимальное напряжение $U$ на клеммах источника постоянного тока, при котором ни один звонок не звенит, равно … В.

**Решение.**




Пусть сопротивление каждого звонка $R$, тогда сопротивление трех параллельно соединенных звонков:

$R_3 = \frac{R}{3}$

Сопротивление всей цепи:

$R_0 = R + R_3 + R = R + \frac{R}{3} + R = \frac{7}{3}R$

Если $U$ - напряжение на клеммах источника, то ток в цепи по закону Ома равен:

$I = \frac{U}{R_0} = \frac{U}{\frac{7}{3}R} = \frac{3}{7}\frac{U}{R}$

Зная ток в цепи, можем рассчитать напряжение на каждом звонке:

$U_1 = IR = \frac{3}{7}U$

$U_2 = U_3 = U_4 = I\frac{R}{3} = \frac{U}{7}$

$U_5 = IR = \frac{3}{7}U$

При вычислениях мы учли, что напряжения на всех параллельно соединенных звонках одинаковы.

Из полученных выражений видно, что на звонка 1 и 5 напряжения одинаковы и превышают напряжения на звонка 2, 3, 4. Это значит, что при увеличении $U$ первыми зазвенят звонки 1 и 5. Найдем напряжение $U$, при котором это произойдет. Для этого должно быть

$U_1 = 36\ B \Rightarrow$

$\frac{3}{7}U = 36 \Rightarrow$

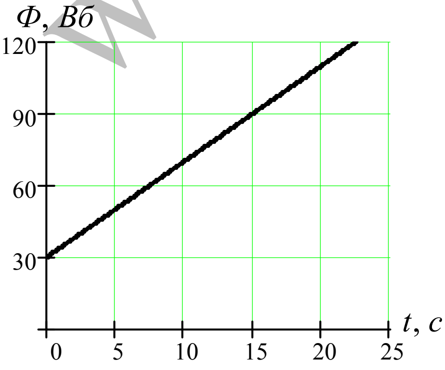
$U = 36 \cdot \frac{7}{3} = 84\ B$

При меньшем $U$ ни один звонок звенеть не будет.

**Ответ:** 84

**Задача В9.** На рисунке изображен график зависимости магнитного потока $\Phi$, пронизывающего замкнутый проводящий контур, от времени $t$. Модуль ЭДС $|E|$, индуцируемой в катушке, равен … В.

**Решение.**




Модуль ЭДС, индуцируемой в контуре при изменении магнитного потока через контур определяем по закону Фарадея:

$|E| = \left|\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}\right| = \frac{\Phi(t_2) - \Phi(t_1)}{t_2 - t_1}$

В последнем выражении мы подробно расписали, что значит изменение магнитного потока $\Delta\Phi$. Сами моменты времени $t_2$ и $t_1$ можно выбрать любыми. Значение магнитного потока в эти моменты времени определяется по графику.

Так, выберем $t_1 = 0\ c, t_2 = 15\ c$. По графику для этих моментов времени определяем значения магнитного потока:

$\Phi(0) = 30\ Вб; \Phi(15) = 90\ Вб$

Тогда

$$|E| = \frac{90-30}{15-0} = 4\ В$$

**Ответ:** 4

**Задача B11.** Вольтамперная характеристика фотоэлемента Ф, полученная при его освещении монохроматическим излучением, изображена на рисунке 1. Участок АВ вольтамперной характеристики – линейный, задерживающее напряжение $U_з = 3.2\ В$, сила тока $I_0 = 80\ мкА$. Если не изменяя освещения, к фотоэлементу подключить реостат $R$ (см. рис. 2), то максимальная мощность $P_{\max}$ тока на реостате равна … мкВт.

**Решение.**

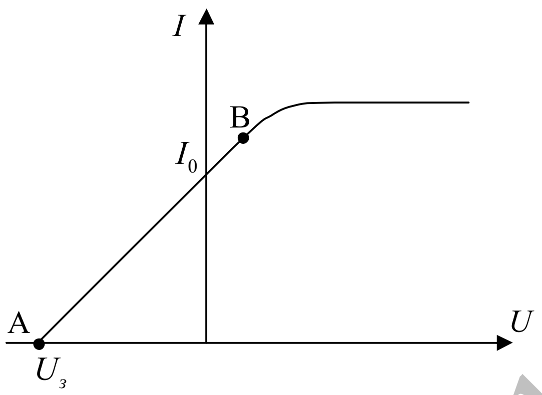



*Рис. 1*

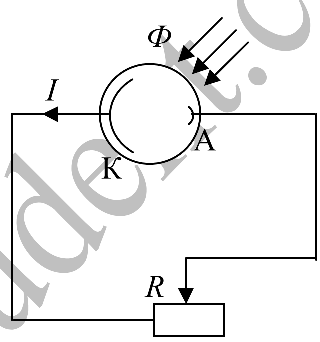



*Рис. 2*

**Решение.**

Когда на фотоэлемент падает световой поток $\Phi$, то из катода К вылетают электроны и попадают на анод А. При этом в цепи возникает ток $I$, который направлен против направления движения электронов, т.е. влево (см. рис. 2).

Пусть $R$ - сопротивление реостата, тогда напряжение на реостате:

$U = IR$

Т.к. ток через реостат течет слева направо, то слева потенциал больше, чем справа, а значит на фотоэлементе в этот момент отрицательное напряжение, которое равно $-U$. Это значит, что подключению резистора к фотоэлементу соответствует участок кривой на рис. 1 при отрицательных напряжениях (этот участок в нашем случае линейный).

Для того, чтобы найти ток в цепи, необходимо решить уравнение:

$U = -f(U)R$, где $I = f(U)$ - зависимость тока через фотоэлемент от напряжения на нем, представленная на рис. 1.

Так как зависимость на интересующем нас участке линейная, то ее можно представить в виде:

$I = aU + b$

Для нахождения коэффициентов $a$ и $b$ рассмотрим две точки: А и $I_0$. Для них имеем:

$80\ мкА = b$

$$0 = -3.2a + b \Rightarrow a = \frac{80}{3.2} = 25\ \frac{мкА}{В}$$

Тогда уравнение $U = -f(U)R$ принимает вид:

$U = -(aU + b)R \Rightarrow$

$U = \dfrac{bR}{1 + aR}$

Полученное выражение дает напряжение на реостате в зависимости от сопротивления реостата.

Тогда мощность, выделяемая на реостате:

$$P = \frac{U^2}{R} = \frac{b^2R^2}{(1+aR)^2 R} = \frac{b^2 R}{(1+aR)^2} = \frac{b^2 R}{1+2aR+a^2R^2} = \frac{b^2}{\frac{1}{R} + a^2R + 2a}$$

Задача состоит в том, чтобы найти максимальное значение полученного выражения. От $R$ здесь зависит только знаменатель, причем его часть, равная $\frac{1}{R} + a^2 R$. Мощность будет максимальной тогда, когда данная часть будет минимальной.

Для того, чтобы исследовать данное выражение на минимум обычно использую понятие производной, однако, в школе производную теперь не проходя, поэтому укажем другой способ решения. Для этого вспомним неравенство Коши, которое состоит в том, что среднее арифметическое нескольких положительных числе всегда больше или равно их среднему геометрическому. Для двух чисел $\alpha$ и $\beta$ это неравенство можно записать так:

$$\frac{\alpha + \beta}{2} \ge \sqrt{\alpha\beta}$$

В данном выражении положим $\alpha = a^2 R,\ \beta = \frac{1}{R}$, тогда неравенство примет вид:

$$a^2R + \frac{1}{R} \ge 2\sqrt{a^2R \cdot \frac{1}{R}} = 2a$$

Отсюда следует, что максимальное значение мощности, равно:

$$P_{\max} = \frac{b^2}{2a+2a} = \frac{b^2}{4a} = \frac{80^2\ мкА^2}{4 \cdot 25\ \frac{мкА}{В}} = 64\ В \cdot мкА = 64\ мкВт$$

**Ответ:** $P_{\max} = 64\ мкВт$

**Задача В12.** Источник радиоактивного излучения содержит $m_0 = 600\ мг$ изотопа бария ${}^{133}_{56}Ba$, период полураспада которого $T_{1/2} = 10.5\ года$. Масса нераспавшегося изотопа бария составит $m = 150\ мг$ через промежуток времени $\Delta t$, равный … год (лет).

**Решение.**

За время, равное периоду полураспада, распадается половина радиоактивных атомов, т.е. через 10.5 года останется $m_1 = 300\ мг$ изотопа бария. Еще через 10.5 года останется как раз $\frac{300}{2} = 150\ мг$ изотопа.

Таким образом с момента начала распада проходится промежуток времени, равный 21 год.

**Ответ:** 21.